

УДК 517.968, 517.983.37
doi: 10.21685/2072-3040-2024-4-3

Исследование задачи дифракции акустической волны на системе мягких экранов методом интегральных уравнений

В. О. Нестеров¹, А.А. Цупак²

^{1,2}Пензенский государственный университет, Пенза, Россия

²altsupak@yandex.ru

Аннотация. *Актуальность и цели.* Цель работы – теоретическое исследование и разработка численного метода решения скалярной задачи дифракции на системе акустически мягких экранов. *Материалы и методы.* Рассматривается строгая математическая постановка задачи дифракции; для отыскания приближенных решений системы интегральных уравнений используется метод Галеркина. *Результаты.* Доказано, что решение задачи дифракции существует и единственно; установлены непрерывная обратимость и эллиптичность оператора системы интегральных уравнений; доказана теорема о сходимости метода Галеркина. *Выводы.* Получены теоретические результаты о разрешимости задачи дифракции; программно реализован и обоснован проекционный метод для ее численного решения.

Ключевые слова: задача дифракции, акустически мягкие экраны, интегральные уравнения, пространства Соболева, метод Галеркина

Для цитирования: Нестеров В. О., Цупак А. А. Исследование задачи дифракции акустической волны на системе мягких экранов методом интегральных уравнений // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2024. № 4. С. 35–45. doi: 10.21685/2072-3040-2024-4-3

Studying the issue of acoustic wave scattering from a system of soft screens by the method of integral equations

V.O. Nesterov¹, A.A. Tsupak²

^{1,2}Penza State University, Penza, Russia

²altsupak@yandex.ru

Abstract. *Background.* The aim of the work is a theoretical and numerical study of the scalar problem of diffraction on the system of acoustically soft screens. *Material and methods:* a rigorous mathematical formulation of the diffraction problem is considered; the Galerkin method is used to numerically solve the system of integral equations of the diffraction problem. *Results.* Theorems on the existence and uniqueness of the solution to the diffraction problem are proved; in particular, ellipticity and continuous invertibility of the operator of the integral equations system are established; convergence of the Galerkin method is proved. *Conclusions.* Important results on the solvability of the diffraction problem have been obtained; a projection method for its numerical solution is theoretically justified and implemented.

Keywords: diffraction problem, acoustically soft screens, integral equations, Sobolev spaces, Galerkin method

For citation: Nesterov V.O., Tsupak A.A. Studying the issue of acoustic wave scattering from a system of soft screens by the method of integral equations. *Izvestiya vysshikh*

uchebnykh zavedeniy. Povolzhskiy region. Fiziko-matematicheskie nauki = University proceedings. Volga region. Physical and mathematical sciences. 2024;(4):35–45. (In Russ.). doi: 10.21685/2072-3040-2024-4-3

Введение

В работе рассмотрена скалярная трехмерная задача рассеяния плоской монохроматической акустической волны, распространяющейся в однородном пространстве, системой акустически «мягких» параметрически заданных гладких (незамкнутых) экранов.

Сформулирована математическая постановка задачи дифракции: краевая задача для уравнения Гельмгольца с граничными условиями на экране. Показано, что решение такой задачи единственно.

Задача дифракции сведена к системе интегральных уравнений на поверхности экранов (вывод уравнений приведен, например, в [1]). Матричный оператор системы интегральных уравнений (ИУ) исследуется в пространствах Соболева [2] на гладких двумерных многообразиях с краем. Показано, что оператор является непрерывно обратимым и эллиптическим в выбранных пространствах.

Для численного решения системы ИУ применяется метод Галеркина с выбором финитных кусочно-постоянных базисных функций на неплоских поверхностях экранов. Показано, что базисные функции удовлетворяют условию аппроксимации [3], а метод Галеркина является сходящимся.

Метод Галеркина программно реализован: в работе описано построение расчетной сетки, приведены формулы для вычисления матричных элементов; проведен ряд вычислительных экспериментов.

1. Математическая постановка задачи

В пространстве $\mathbb{R}^3$, заполненном акустически однородной средой с волновым числом k_0 ($\operatorname{Re}(k_0) > 0$, $\operatorname{Im}(k_0) \geq 0$), рассматривается система попарно непересекающихся акустически мягких экранов $\Omega = \{\Omega_1, \Omega_2\}$. Экран Ω_i – ограниченная параметризованная гладкая поверхность с гладкой границей $\partial\Omega_i$.

Задача рассеяния плоской волны

$$u_0(x) = \exp^{ik_0(\alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3)}, \quad x \in \mathbb{R}^3,$$

системой экранов Ω состоит в нахождении в $\mathbb{R}^3 \setminus \partial\Omega$ полного поля $u(x)$, удовлетворяющего:

– условиям гладкости:

$$u \in C^2((\bar{\Omega})^c) \bigcap_{\delta > 0} C(\overline{M_+} \setminus \Omega_\delta) \bigcap_{\delta > 0} C(\overline{M_-} \setminus \Omega_\delta); \quad (1)$$

– уравнению Гельмгольца:

$$\Delta u(x) + k_0^2 u(x) = 0, \quad x \in \mathbb{R}^3 \setminus \bar{\Omega}; \quad (2)$$

– условию Дирихле:

$$u|_{\Omega} = 0; \quad (3)$$

– условиям конечности энергии:

$$u \in H_{loc}^1(\mathbb{R}^3 \setminus \bar{\Omega}); \quad (4)$$

– условиям излучения Зоммерфельда для рассеянного поля $u_s = u - u_0$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_s}{\partial r} - ik_0 u_s &= o(r^{-1}) \quad \text{при } \text{Im}(k_0) = 0, \\ u_s &= O(r^{-2}) \quad \text{при } \text{Im}(k_0) > 0, \quad r := |x| \rightarrow \infty. \end{aligned} \quad (5)$$

2. Существование и единственность решения задачи дифракции

Теорема 1. Решение краевой задачи (1)–(5) единственно.

Доказательство. Докажем тривиальность решения однородной задачи.

Введем такие ограниченные области V_1, V_2 , что $\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2 = \emptyset$ и $\Omega_i \subset \partial V_i$.

Пусть $B := B_R(0)$ – такой шар, что $\bar{V}_i \subset B$. Введем также области $V_3 := B \setminus (\bar{V}_1 \cap \bar{V}_2)$ с границей $\partial V_3 = \partial B \cap \partial V_1 \cap \partial V_2$ и $V_4 := \bar{B}^c$.

Пусть $v_i(x)$ – сужение поля $u_s(x)$ на $\bar{V}_i$. Исследуем задачу сопряжения, эквивалентную задаче дифракции (1)–(5). Функции $v_i(x)$ суть решения уравнений Гельмгольца:

$$(\Delta + k_0^2)v_i(x) = 0, \quad x \in V_i \quad (i = 1, 2, 3, 4),$$

удовлетворяющие условиям:

$$v_1(x) = v_3(x), \quad x \in \partial V_1, \quad v_1(x) = v_3(x) = 0, \quad x \in \Omega_1,$$

$$v_2(x) = v_3(x), \quad x \in \partial V_2 \setminus \bar{\Omega}_2, \quad v_3(x) = v_4(x), \quad x \in \partial B, \quad (6)$$

$$-v_{1,v}(x) = v_{3,v}(x), \quad x \in \partial V_1 \setminus \bar{\Omega}_1, \quad -v_{3,v}(x) = v_{4,v}(x), \quad x \in \partial B,$$

$$-v_{2,v}(x) = v_{3,v}(x), \quad x \in \partial V_2, \quad -v_{2,v}(x) = v_{3,v}(x) = 0, \quad x \in \Omega_2, \quad (7)$$

и

$$\frac{\partial v_4}{\partial r} = ik_0 v_4 + o(1/r), \quad r \rightarrow +\infty. \quad (8)$$

Применим к функциям $\bar{v}_i$, v_i первую формулу Грина в областях V_i ($i = 1, 2, 3$) (обоснование применения формулы приведено, например, в [4]) и учтем уравнение (2):

$$\int_{V_i} (\bar{v}_i \Delta v_i + |\nabla v_i|^2) dx = -k_0^2 \int_{V_i} |v_i|^2 dx + \int_{V_i} |\nabla v_i|^2 dx = \int_{\partial V_i} \bar{v}_i v_{i,v} ds, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

В равенствах (9) преобразуем правые части, учитывая (6), (7):

$$\int_{\partial V_1} \bar{v}_1 v_{1,v} ds = \int_{\partial V_1 \setminus \bar{\Omega}_1} \bar{v}_1 v_{1,v} ds, \quad \int_{\partial V_2} \bar{v}_2 v_{2,v} ds = \int_{\partial V_2 \setminus \bar{\Omega}_2} \bar{v}_2 v_{2,v} ds,$$

$$\int_{\partial V_3} \bar{v}_3 v_{3,v} ds = - \int_{\partial V_1 \setminus \bar{\Omega}_1} \bar{v}_1 v_{1,v} ds - \int_{\partial V_2 \setminus \bar{\Omega}_2} \bar{v}_2 v_{2,v} ds + \int_{\partial B} \bar{v}_3 v_{3,v} ds. \quad (10)$$

Сложим (9) и (10):

$$\int_{\partial B} \bar{v}_3 v_{3,v} ds = -k_0^2 \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} |v_i|^2 dx + \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} |\nabla v_i|^2 dx = - \int_{\partial B} \bar{v}_4 v_{4,v} ds. \quad (11)$$

Если $\text{Im}(k_0) = 0$, то, беря мнимую часть (11), выводим с учетом (8):

$$\text{Im} \left(\int_{\partial B} \bar{v}_4 v_{4,v} ds \right) = \text{Im} \left(\int_{\partial B} (ik_0 v_4 + o(R^{-1})) \bar{v}_4 ds \right) = k_0 \int_{\partial B} |v_4|^2 ds + o(1) = 0.$$

Из леммы Реллиха (см. [5, с. 88]) следует, что $v_4 \equiv 0$ в V_4 , а из (6), (7) – $u \equiv 0$ вне V_1 и V_2 . Так как области V_1, V_2 могут иметь сколь угодно малый объем, то тривиальность решения установлена для любой точки x , лежащей вне $\bar{\Omega}$.

Если $\text{Im}(k_0) > 0$, то правая часть в (11) исчезает при $R \rightarrow +\infty$ и

$$-k_0^2 \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} |v_i|^2 dx + \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} |\nabla v_i|^2 dx \rightarrow 0, R \rightarrow +\infty. \quad (12)$$

Беря мнимую часть (12), выводим:

$$-\text{Re}(k_0) \cdot \text{Im}(k_0) \sum_{i=1}^3 \int_{V_i} |v_i|^2 dx \rightarrow 0, R \rightarrow +\infty,$$

откуда снова получаем, что $v_i(x) \equiv 0$, $x \in V_i$, $i = 1, 2, 3$. Теорема доказана.

Краевую задачу (1)–(5) можно свести [1, 4] к интегральному уравнению на экране:

$$-\int_{\Omega} G(x, y) \varphi(y) ds_y = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (13)$$

где $G(x, y) = \frac{e^{ik_0|x-y|}}{4\pi|x-y|}$, или в операторной форме: $S = u_0|_{\Omega}$. Полное поле вне $\partial\Omega$ может представлено следующим образом [1, 4]:

$$u(x) = u_0(x) + \int_{\Omega} G(x, y) \varphi(y) ds_y(x), \quad x \in \mathbb{R}^3 \setminus \partial\Omega. \quad (14)$$

Слабосингулярный интегральный оператор S уравнения (13) будем исследовать в пространствах Соболева [2, 6]:

$$S: \tilde{H}^{-1/2}(\bar{\Omega}) \rightarrow H^{1/2}(\Omega),$$

$$H^s(\Omega) := \{u|_{\Omega} : u \in H^s(M)\}, \quad \tilde{H}^s(\bar{\Omega}) := \{u \in H^s(M) : \text{supp } u \subset \bar{\Omega}\}.$$

Теорема 2. Оператор L является непрерывно обратимым фредгольмовым оператором в выбранных пространствах.

Доказательство. Запишем оператор S в форме

$$S = \begin{pmatrix} S^{11} & S^{12} \\ S^{21} & S^{22} \end{pmatrix},$$

согласно системе интегральных уравнений на системе двух непересекающихся экранов получаем:

$$\begin{aligned} - \int_{\Omega_1} G(x, y) \varphi_1(y) ds_y - \int_{\Omega_2} G(x, y) \varphi_2(y) ds_y &= u_0(x), \quad x \in \Omega_1, \\ - \int_{\Omega_1} G(x, y) \varphi_1(y) ds_y - \int_{\Omega_2} G(x, y) \varphi_2(y) ds_y &= u_0(x), \quad x \in \Omega_2. \end{aligned}$$

Операторы $S^{11} : \tilde{H}^{-1/2}(\bar{\Omega}_1) \rightarrow H^{1/2}(\Omega_1)$ и $S^{22} : \tilde{H}^{-1/2}(\bar{\Omega}_2) \rightarrow H^{-1/2}(\Omega_2)$ являются эллиптическими [6]; а операторы S^{12}, S^{21} компактны в силу бесконечной гладкости их ядер (ведь $\bar{\Omega}_1 \cap \bar{\Omega}_2 = \emptyset$). Итак, S – фредгольмов оператор (с нулевым индексом) в указанных пространствах.

Инъективность оператора S вытекает из тривиальности решения однородного уравнения $S\varphi = 0$. Последнее есть следствие теоремы 1, а также эквивалентности краевой задачи (1)–(5) и системы интегральных уравнений (13), (14) (доказательство последнего результата приведено, например, в [1, 4]).

Окончательно из теоремы Фредгольма [7] выводим непрерывную обратимость S в указанных пространствах Соболева. Теорема доказана.

Таким образом, установлено, что задача дифракции (1)–(5) имеет и при том единственное решение.

3. Метод Галеркина

Приближенные решения уравнения (13) φ_n – это пара функций $\varphi_n^1(x), x \in \Omega_1, \varphi_n^2(x), x \in \Omega_2$, – будем искать методом Галеркина. Функции

$$\varphi_n^m \text{ записываются в виде } \varphi_n^m(x) := \sum_{i=1}^n c_i^m \psi_i^m(x), \quad x \in \Omega_m.$$

Введем удобные для программной реализации базисные функции $\psi_i^m(x)$ на неплоском экране Ω_m , $m=1,2$. Пусть параметризованный экран Ω_m задается с помощью гладкой функции $\mathbf{x}_m(t)$ (область параметров обозначим через $\Pi := \{(t_1, t_2) \in [0, 1]^2\}$). Разобьем Π на прямоугольные конечные элементы:

$$\pi_{i_1 i_2} = [t_{i_1}, t_{i_1+1}] \times [t_{i_2}, t_{i_2+1}] \quad (i_k = 0, \dots, n-1); \quad t_i = i/n \quad (i = 0, \dots, n).$$

Тогда базисные функции определим формулами:

$$\psi_i^m = \psi_{i_1 i_2}^m(x) = \begin{cases} 1, & \kappa^m(x) \in \bar{\pi}_{i_1 i_2}, \\ 0, & \kappa^m(x) \notin \bar{\pi}_{i_1 i_2}, \end{cases}$$

где $\kappa^m(x) : \Omega_m \rightarrow \Pi$ – обратное к $x_m(t)$ гладкое отображение. Графики базисных функций на плоском и неплоском экранах представлены на рис. 1.

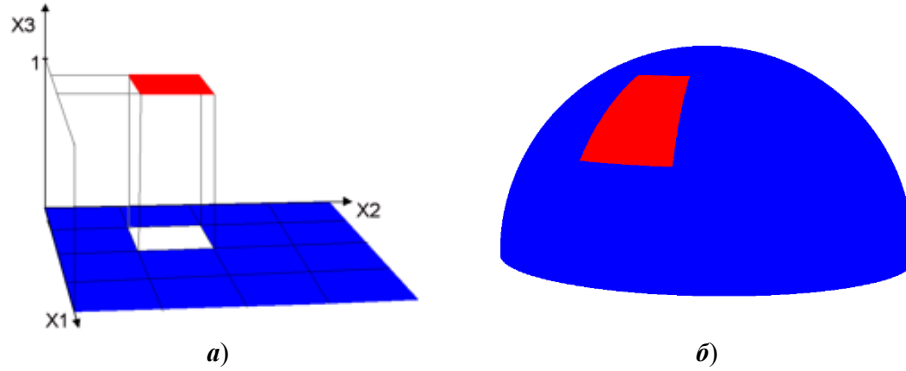


Рис. 1. Фinitные базисные функции на плоском (а) и неплоском (б) экранах

Так как отображения $x_m(t)$ являются по предположению гладкими, а множество кусочно-постоянных функций всюду плотно в $L_2(\Pi) \supset \supset \tilde{H}^{-1/2}(\Pi)$, то определенные выше базисные функции $\psi_{i_1 i_2}^m(x)$ удовлетворяют условию предельной плотности (условию аппроксимации) [3] в пространстве $\tilde{H}^{-1/2}(\bar{\Omega})$ решений задачи.

Применяя метод Галеркина, сведем задачу об отыскании приближенного решения интегрального уравнения к решению системы линейных алгебраических уравнений $Su = u_0$. Здесь $u = (c_1^1, \dots, c_n^1, c_1^2, \dots, c_n^2)^T$ – столбец неизвестных коэффициентов. Основную матрицу системы линейных алгебраических уравнений S и столбец правой части u_0 запишем в блочном виде:

$$S = \begin{pmatrix} S^{11} & S^{12} \\ S^{21} & S^{22} \end{pmatrix}, \quad u_0 = \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \end{pmatrix}.$$

Элементы столбца u_0 и основной матрицы S вычисляются по определению метода Галеркина согласно формулам

$$u_i^k = \int_{\Omega} u_0(x) \psi_i^k(x) ds_x, \quad S_{ij}^{kl} = \int_{\Omega} S^{kl} \psi_j^l(x) \psi_i^k(x) ds_x; \quad k, l = 1, 2; \quad i, j = 1, \dots, n.$$

Учитывая, что фinitные базисные функции являются кусочно-постоянными, а экраны – параметризуемыми, получим выражения для матричных элементов через повторные интегралы:

$$\mathbf{u}_i^k = \int_{\pi_i} u_0(\mathbf{x}_k(t_1, t_2)) |J_k(t_1, t_2)| dt_1 dt_2,$$

$$\mathbf{S}_{ij}^{kl} = - \int_{\pi_i} \int_{\pi_j} G(\mathbf{x}_k(t_1, t_2), \mathbf{x}_l(t_3, t_4)) |J_k(t_1, t_2)| \cdot |J_l(t_3, t_4)| dt_3 dt_4 dt_1 dt_2.$$

В последних формулах $J_k(t_1, t_2)$ – якобиан преобразования $\mathbf{x}_k$. При $k = l$ и $i = j$ интегралы являются слабосингулярными и в предлагаемой программной реализации вычисляются методом центральных прямоугольников с выбрасыванием особых точек подынтегральной функции.

Теорема 3. Метод Галеркина с выбором кусочно-постоянных базисных функций ψ_i сходится для оператора

$$S : \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_1) \times \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_2) \rightarrow H^{1/2}(\Omega_1) \times H^{1/2}(\Omega_2)$$

и верна квазиоптимальная оценка скорости сходимости

$$\|\varphi - \varphi_n\|_{\tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega})} \leq M \cdot \inf_{\psi \in \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega})} \|\varphi - \psi\|_{\tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega})}$$

приближенных решений φ_n к единственному решению φ уравнения (13).

Доказательство. Выше отмечалось, что диагональные операторы $S^{ll} : \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l) \rightarrow H^{1/2}(\Omega_l)$, $l = 1, 2$, являются эллиптическими. Это означает [6], что существуют такие компактные операторы $K^{ll} : \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l) \rightarrow H^{1/2}(\Omega_l)$ и константы $\gamma_l > 0$, что для всех $\varphi \in \tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l)$

$$\int_{\Omega_l} (S^{ll} \varphi + K^{ll} \varphi)(x) \overline{\varphi}(x) ds_x \geq \gamma_l^2 \|\varphi\|_{\tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l)}^2.$$

Для операторов $(S^{ll} + K^{ll})$ метод Галеркина сходится [3]. Так как операторы K^{ll} , S^{12} и S^{21} компактны, а матричный оператор S непрерывно обратим, то метод Галеркина сходится и для S , если выполнено условие аппроксимации для базисных функций в пространствах $\tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l)$. Последнее требование удовлетворено, так как кусочно постоянные функции ψ_i^m всюду плотны в $L_2(\Omega_l)$ [7]; пространства $L_2(\Omega_l)$, в свою очередь, всюду плотно вложены в $\tilde{H}^{-1/2}(\overline{\Omega}_l)$ [2]. Теорема доказана.

4. Результаты расчетов

Рисунок 2 иллюстрирует внутреннюю сходимость проекционного метода в задаче дифракции плоской волны $u_0(x) = e^{ik_0 x_3}$, распространяющейся вдоль оси Ox_3 , на плоском экране

$$\Omega_1 = \{x : x_1, x_2 \in [-\lambda/4, \lambda/4], x_3 = 0\}.$$

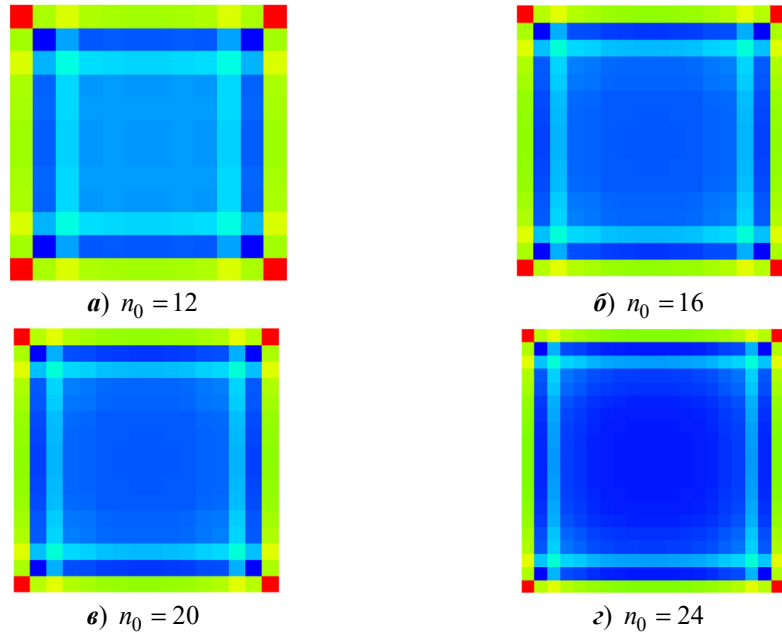


Рис. 2. Внутренняя сходимость метода Галеркина

Число базисных функций на каждом экране – $n = (n_0)^2$, а параметр n_0 принимает значения 12, 16, 20 и 24.

На рис. 3 продемонстрированы результаты теста, в ходе которого исследовалось взаимное влияние экранов друг на друга. Второй экран (на рисунке расположен выше) определен так:

$$\Omega_2 = \{x: x_1, x_2 \in [0, \lambda / 2], x_3 = \lambda \cdot s\},$$

где s – параметр, определяющий сдвиг второго экрана вдоль оси Ox_3 . Из приведенных результатов видно, что при большом удалении экранов друг от друга их взаимное влияние невелико, а решения на каждом экране симметричны – как в задаче дифракции на одном экране. При сближении экранов их взаимное влияние возрастает: симметрия решений нарушается, а значения решений уменьшаются.

На рис. 4 представлена дифракционная картина, отвечающая решению задачи рассеяния плоской волны на системе двух неплоских экранов: на рисунке изображены плотности интегралов (решения системы интегральных уравнений) и модуль полного поля вне экранов.

Заключение

Проведено исследование задачи рассеяния акустической волны системой двух неплоских «мягких» экранов. Доказано, что задача дифракции имеет (и при том единственное) решение. Сформулирован, теоретически обоснован и программно реализован проекционный метод (метод Галеркина) для численного решения системы интегральных уравнений задачи дифракции.

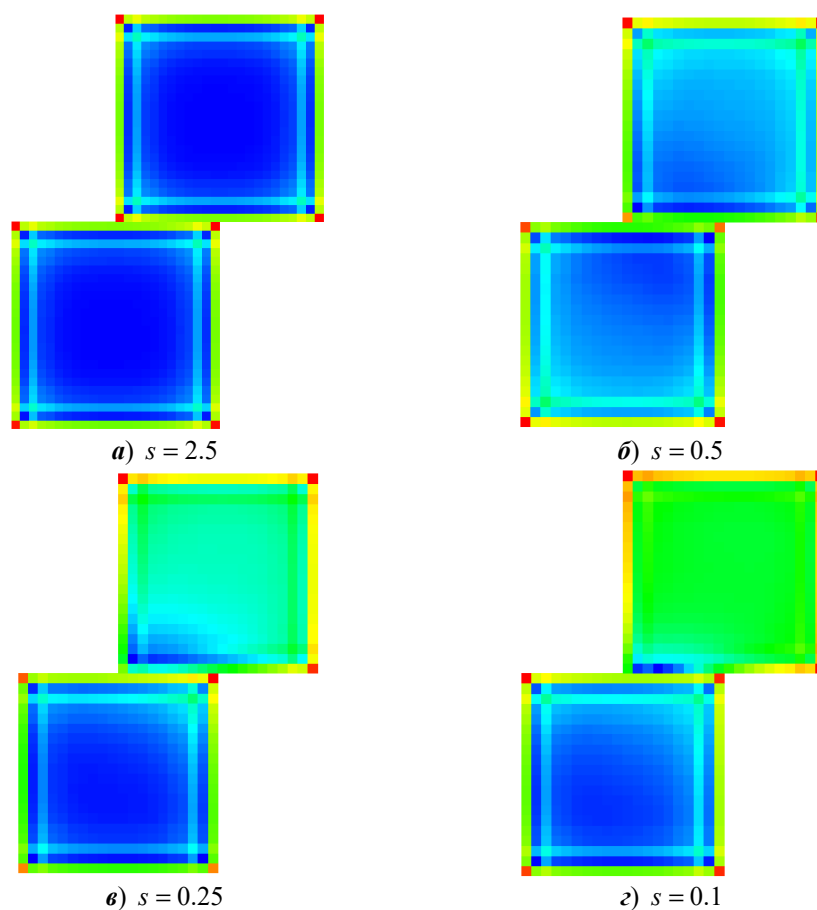


Рис. 3. Решение задачи на системе двух плоских экранов

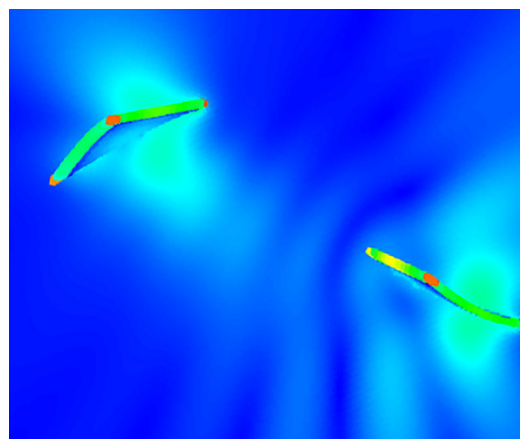


Рис. 4. Поле вне экранов и решения ϕ_1, ϕ_2 на экранах

Список литературы

1. Смирнов Ю. Г., Цупак А. А. Математическая теория дифракции акустических и электромагнитных волн на системе экранов и неоднородных тел : монография. М. : РУСАЙНС, 2016. 226 с.

2. Агранович М. С. Соболевские пространства, их обобщения и эллиптические задачи в областях с гладкой и липшицевой границей. М. : МЦНМО, 2013. 379 с.
3. Kress R. Linear integral equations. Berlin ; New York : Springer-Verlag, 1989. 299 p.
4. Медведик М. Ю., Смирнов Ю. Г., Цупак А. А. Скалярная задача дифракции плоской волны на системе непересекающихся экранов и неоднородных тел // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2014. Т. 54, № 8. С. 1319–1331.
5. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния / пер. с англ. Ю. А. Еремина, Е. В. Захарова ; под ред. А. Г. Свешникова. М. : Мир, 1987. 311 с.
6. Stephan E. P. Boundary integral equations for screen problems in R^3 // Integral equations and potential theory. 1987. Vol. 10, № 10. P. 236–257.
7. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. 7-е изд. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. 572 с.

References

1. Smirnov Yu.G., Tsupak A.A. *Matematicheskaya teoriya difraktsii akusticheskikh i elektromagnitnykh voln na sisteme ekranov i neodnorodnykh tel: monografiya* = *Mathematical theory of diffraction of acoustic and electromagnetic waves on a system of screens and inhomogeneous bodies: monograph*. Moscow: RUSAYNS, 2016:226. (In Russ.)
2. Agranovich M.S. *Sobolevskie prostranstva, ikh obobshcheniya i ellipticheskiye zadachi v oblastyakh s gladkoy i lipshitsevoy granitsey* = *Sobolev spaces, their generalizations and elliptic problems in domains with smooth and Lipschitz boundaries*. Moscow: MTSNMO, 2013:379. (In Russ.)
3. Kress R. *Linear integral equations*. Berlin; New York: Springer-Verlag, 1989:299.
4. Medvedik M.Yu., Smirnov Yu.G., Tsupak A.A. Scalar problem of diffraction of a plane wave on a system of non-intersecting screens and inhomogeneous bodies. *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki* = *Journal of computational mathematics and mathematical physics*. 2014;54(8):1319–1331. (In Russ.)
5. Kolton D., Kress R. *Metody integralnykh uravneniy v teorii rasseyaniya* = *Methods of integral equations in scattering theory*. Transl. from Eng. by Yu.A. Yeremin, E.V. Zakharov; ed. by. A.G. Sveshnikova. Moscow: Mir, 1987:311. (In Russ.)
6. Stephan E.P. Boundary integral equations for screen problems in R^3 . *Integral equations and potential theory*. 1987;10;(10):236–257.
7. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. *Elementy teorii funktsiy i funktsional'nogo analiza. 7-e izd.* = *Elements of the theory of functions and functional analysis. The 7th edition*. Moscow: FIZMATLIT, 2004:572. (In Russ.)

Информация об авторах / Information about the authors

Владислав Олегович Нестеров
аспирант, Пензенский
государственный университет
(Россия, г. Пенза, ул. Красная, 40)

Vladislav O. Nesterov
Postgraduate student,
Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

Алексей Александрович Цупак
кандидат физико-математических наук,
доцент, доцент кафедры математики
и суперкомпьютерного моделирования,
Пензенский государственный
университет (Россия,
г. Пенза, ул. Красная, 40)

Aleksey A. Tsupak
Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor, associate
professor of the sub-department
of mathematics and supercomputer
modeling, Penza State University
(40 Krasnaya street, Penza, Russia)

E-mail: altsupak@yandex.ru

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов / The authors declare no conflicts of interests.

Поступила в редакцию / Received 09.09.2024

Поступила после рецензирования и доработки / Revised 26.09.2024

Принята к публикации / Accepted 10.11.2024